Пусть $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ – вероятностное пространство.

Случайной величиной называется действительная функция от элементарного события $\xi = \xi(\omega),\ \omega \in \Omega$, такая, что

$$\{\omega : \xi(\omega) < \ x\} \in \mathcal{A}\ \ \forall x \in \mathbb{R}.$$

Классификация СВ

- Дискретные СВ (ДСВ) ↔ мн-во значений конечно или счетно
- Абсолютно непр. СВ (АНСВ) ↔ мн-во значений луч, отрезок $\mathbb{R}$
- сингулярные СВ ↔ несчетное мн-во с нулевой мерой Лебега (канторовское мн-во)
- смешанные СВ

Опр 1

СВ ξ имеет дискретное распределение, если $\exists$ конечный или счетный набор чисел (знач. СВ) $\{x_1, \dots, x_n, \dots\}$ т.ч.

$$\sum_i P(\xi = x_i) = 1$$

ξ принимает не более, чем счетное число значений

Если ξ имеет дискретное распределение, то $\forall B \subseteq \mathbb{R}$

$$P(\xi \in B) = \sum_{x_i \in B} P(\xi = x_i)$$

Опр 2 СВ ξ имеет абсолютную непр. распределение, если $\exists$ неотриц. ф-ция $f_\xi(x)$, т.ч. для любого борелевского мн-ва B имеет место рав-ство.

$$P(\xi \in B) = \int_B f_\xi(x)dx = \int_B f(x)dx \quad (*)$$

Функцию $f_\xi(x)$ (или $f(x)$) наз-ют плотностью вероятности СВ ξ

$(*)$ - интеграл Лебега

Опр 3 СВ ξ имеет сингулярное распределение, если $\exists$ борелевское ~~отобр~~. мн-во B с нулевой мерой Лебега $\lambda(B)=0$, т.ч. $P(\xi \in B)=1$

но при этом $P(\xi = x)=0 \ \forall x \in B$

Т.о. любое синг. распр. сосред.-но на несчетном мн-ве с нулевой мерой Лебега (напр. на канторовском соверш. мн-ве)

Опр 4 СВ ξ имеет смешанное распр.-ние, если найдутся такие случ. величины:

ξ_1 - диск. СВ

ξ_2 - абс. непр. СВ

ξ_3 - синг. СВ.

и числа $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \in [0,1)$ $p_1+p_2+p_3=1$, что $\forall B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$ имеет рав-во:

$$P(\xi \in B) = p_1 \cdot P(\xi_1 \in B) + p_2 \cdot P(\xi_2 \in B) + p_3 \cdot P(\xi_3 \in B)$$

При этом

$$F_\xi(x) = p_1 \cdot F_1(x) + p_2 \cdot F_2(x) + p_3 F_3(x), \text{ где}$$

$$F_i(x) = F_{\xi_i}(x) = P(\xi_i < x), \ i \in \overline{1,3}$$