Числовые характеристики случайной величины

Математическое ожидание

$\exists$ задано вероятностное пр-во $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ и СВ $\xi(\omega)$

Математическим ожиданием СВ $(\bar{\xi})$ $\xi(\omega)$ наз-ся число $M[\xi] = \int\limits_{\Omega} \xi(\omega) dP(\omega)$, где интеграл понимается в смысле Лебега.

Опр Мат. ожиданием ф-ции $\varphi(\xi)$ от СВ $\xi(\omega)$ наз-ся число

$$M(\varphi(\xi)) = \int\limits_{\Omega} \varphi(\xi(\omega)) dP(\omega)$$

Если $\eta = \varphi(\xi)$ для некоторой $\mathbb{R}$ ф-ции $y = \varphi(x)$, то:

$$M[\varphi(\xi)] = \begin{cases} \sum\limits_{i} \varphi(x_i) p_i, & \xi - \text{ДСВ} \\ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) f(x) dx, & \xi - \text{НСВ} \end{cases}$$

Теорема о свойствах МО

1) Мат. ожидание СВ, принимающей неотриц. ~~число~~ знач., неотрицательно
2) МО константы равно константе
3) Константу (как множитель) можно выносить за знак мат. ожид.
4) МО суммы любых СВ равно сумме Мат. ожиданий СВ
5) МО произведения независимых СВ равно произв. их мат. ожиданий

Д-во

$\exists$ ξ принимает знач. $x_1, x_2, \dots, x_n$, η прин. знач. $y_1, y_2, \dots, y_m$

Тогда $\xi+\eta$ прин. знач. x_i+y_j с вер-стью p_{ij}

$$p_{ij} = P(\xi = x_i, \eta = y_j)$$

$$M[\xi+\eta] = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(x_i+y_j)p_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_i p_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} y_j p_{ij} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \underbrace{\sum_{j=1}^{m} p_{ij}}_{p_i} + \sum_{j=1}^{m} y_j \underbrace{\sum_{i=1}^{n} p_{ij}}_{p_j} = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i + \sum_{j=1}^{m} y_j p_j =$$

$$= M[\xi] + M[\eta]$$

Следствия

$$M[\xi + C] = M[\xi] + C$$

$$M[\xi - M[\xi]] = 0$$

центрированная СВ, соотв ξ

Свойства математического ожидания

1) $M[C] = C$;

2) $M[C\xi] = CM[\xi]$;

3) $M[\xi + \eta] = M[\xi] + M[\eta]$;

4) $M[\xi \cdot \eta] = M[\xi] \cdot M[\eta]$, если ξ и η независимы.