Числовая функция P, определенная на σ-алгебре $\mathcal{A}$, называется *вероятностью*, если выполняются аксиомы:

1) $P(A) \geqslant 0$ для любого события $A \in \mathcal{A}$;

2) $P(\Omega) = 1$;

3) $P\left(\sum\limits_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ для любых $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{A}$, таких что $A_i \cdot A_j = \varnothing$ при $i \neq j$.

Если вероятность определяется на алгебре событий, то третья аксиома заменяется на условие: $P(A + B) = P(A) + P(B)$ для любых несовместных событий A и B, принадлежащих $\mathcal{A}$.

Тройка $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ называется *вероятностным пространством*.

Из определения вероятности следует, в частности, что

$$P(\varnothing) = 0; \quad P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A).$$

Пусть производится опыт с n равновозможными исходами, образующими группу несовместных событий. Исходы, которые приводят к наступлению события A, называются *благоприятными* событию A. Тогда вероятность события A равна отношению числа m благоприятных исходов к числу n всевозможных исходов данного события:

$$\boxed{P(A) = \frac{m}{n}}$$

Данную формулу называют классическим определением вероятности.

4. Геометрическое определение вероятности

Классическое определение вероятности применимо, если имеется конечное число равновозможных исходов некоторого события. Если же пространство элементарных исходов бесконечно и является всюду плотным множеством, то используется геометрический подход. В его основе вероятности трактуются как «доли» множества благоприятных исходов во множестве всевозможных элементарных исходов:

$$\boxed{P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}}$$

Здесь $\mu(\Omega)$ есть мера фигуры Ω, соответствующей пространству всевозможных исходов, а $\mu(A)$ – мера фигуры, соответствующей множеству благоприятных событию A исходов.

В качестве меры могут выступать длина, площадь или объем в зависимости от размерности задачи. Предполагается, что $\mu(\Omega) > 0$.

Данную формулу называют геометрическим определением вероятности.