Независимость событий

Опр События A и B наз-ся <u>независимыми</u>, если наступление (ненаступление) одного из них не меняет вероятности наступления (ненаступления) другого.

В противном случае события наз-ют <u>зависимыми</u>.

На практике не всегда ясно, вып-ся ли условие из определения ⇒ требуется определить нез-сть событий более формально

Опр События A и B наз-ся **независимыми**, если

$P(A/B) = P(A)$ или $P(A \cap B) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

Замечание

Если A не зависит от B, то и B не зависит от A

Утв. Если события A и B несовместны, причем

$P(A) > 0$ и $P(B) > 0$, то $P(A \cdot B) \neq P(A) \cdot P(B)$

(события зависимы)

4

Опр События $A_1, A_2, \dots, A_n$ наз-ся <u>попарно независимыми</u>

если $\forall i, j \in \overline{1, n}, \ i \neq j$

$$P(A_i \cdot A_j) = P(A_i) \cdot P(A_j)$$

Опр События $A_1, A_2, \dots, A_n$ наз-ся <u>независимыми в совокупности</u>, если для любого набора индексов

$1 \leq i_1, i_2, \dots, i_k \leq n$

$$P(A_{i_1} \cdot A_{i_2} \cdot \dots \cdot A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \cdot P(A_{i_2}) \cdot \dots \cdot P(A_{i_k})$$

13

Попарная независимость $\not\Rightarrow$ независимость в совокупности

Пример (тест на заболевание, на беременность и т.д.)

Решение. A = {человек получил положит. рез. теста}

H_1 = {человек болен}

H_2 = {человек здоров}

$P(H_1) = 0{,}02$; $P(H_2) = 0{,}98$

– вероятности гипотез (сост. полную группу)

$P(A \mid H_1) = 0{,}97$; $P(A \mid H_2) = 0{,}01$ – условные вер-сти гипотез

По формуле Байеса: $P(H_1 \mid A) = \dfrac{0{,}02 \cdot 0{,}97}{0{,}02 \cdot 0{,}97 + 0{,}98 \cdot 0{,}01} \approx 0{,}664$